부록 B. 사용조건에서 수명분포의 q 분위수 추정량의 점근분산 유도

두 스트레스 수준을 갖는 경우 피셔정보행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = mN\begin{bmatrix} \pi_1 A_1^2 B_1 + \pi_2 A_2^2 B_2 & \pi_1 A_1^2 B_1 s_1 + \pi_2 A_2^2 B_2 s_2 & \pi_1 \dfrac{A_1}{\beta} + \pi_2 \dfrac{A_2}{\beta} \\ & \pi_1 A_1^2 B_1 s_1^2 + \pi_2 A_2^2 B_2 s_2^2 & \pi_1 \dfrac{A_1 s_1}{\beta} + \pi_2 \dfrac{A_2 s_2}{\beta} \\ symmetric & & \pi_1 \dfrac{A_1}{\beta^2} + \pi_2 \dfrac{A_2}{\beta^2} \end{bmatrix}$$

$$= mN\mathbf{F}' \quad .$$

F^{-1}을 다음과 같이 정의되는 피셔정보행렬의 역행렬이라고 하면,

$$\mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{mN}\begin{bmatrix} \tilde{f}_{11} & \tilde{f}_{12} & \tilde{f}_{13} \\ & \tilde{f}_{22} & \tilde{f}_{23} \\ symmetric & & \tilde{f}_{33} \end{bmatrix} \quad .$$

사용조건에서 수명분포의 q 분위수 추정량의 점근분산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathrm{Avar}\left(\hat{t}_{q,0}\right) &= \mathbf{h}'\mathbf{F}^{-1}\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{mN}\left(h_1^2 \tilde{f}_{11} + 2h_1 h_3 \tilde{f}_{13} + h_3^2 \tilde{f}_{33}\right) \end{aligned}$$

여기서

$$\tilde{f}_{11} = \frac{f_{22}f_{33} - f_{23}^2}{|\mathbf{F}'|} = \frac{1}{|\mathbf{F}'|}\frac{\beta_c^2}{y_c^2}\left[\left(\pi_1 A_1^2 B_1 s_1^2 + \pi_2 A_2^2 B_2 s_2^2\right)\left(\pi_1 A_1 + \pi_2 A_2\right) - \left(\pi_1 A_1 s_1 + \pi_2 A_2 s_2\right)^2\right],$$

$$\tilde{f}_{13} = \frac{f_{12}f_{23} - f_{13}f_{22}}{|\mathbf{F}'|} = \frac{1}{|\mathbf{F}'|}\frac{\beta_c}{y_c}\pi_1\pi_2 A_1 A_2\left(s_2 - s_1\right)\left(A_1 B_1 s_1 - A_2 B_2 s_2\right),$$

$$\tilde{f}_{33} = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}^2}{|\mathbf{F}'|} = \frac{1}{|\mathbf{F}'|}\pi_1\pi_2 A_1^2 A_2^2 B_1 B_2\left(s_2 - s_1\right)^2,$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}'| &= \left(f_{11}f_{22}f_{33} + 2f_{12}f_{13}f_{23} - f_{13}^2 f_{22} - f_{12}^2 f_{33} - f_{11}f_{23}^2\right) \\ &= \frac{\beta_c^2}{y_c^2}\left\{\pi_1\pi_2 A_1^2 A_2^2\left(s_2 - s_1\right)^2\left[\pi_1 B_2\left(A_1 B_1 - 1\right) + \pi_2 B_1\left(A_2 B_2 - 1\right)\right]\right\}. \end{aligned}$$

위 식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathrm{Avar}\left(\hat{t}_{q,0}\right) = \frac{1}{mN}\frac{h_1^2 P + 2h_1 h_3 Q + h_3^2 R}{K} \quad .$$

여기서,

$$K = \pi_1 \pi_2 A_1^2 A_2^2 \left(s_2 - s_1\right)^2 \left[\pi_1 B_2 \left(A_1 B_1 - 1\right) + \pi_2 B_1 \left(A_2 B_2 - 1\right)\right] ,$$

$$P = \left(\pi_1 A_1^2 B_1 s_1^2 + \pi_2 A_2^2 B_2 s_2^2\right)\left(\pi_1 A_1 + \pi_2 A_2\right) - \left(\pi_1 A_1 s_1 + \pi_2 A_2 s_2\right)^2 ,$$

$$Q = \frac{y_c}{\beta_c}\left[\pi_1 \pi_2 A_1 A_2 \left(s_2 - s_1\right)\left(A_1 B_1 s_1 - A_2 B_2 s_2\right)\right] ,$$

$$R = \frac{y_c^2}{\beta_c^2}\left[\pi_1 \pi_2 A_1^2 A_2^2 B_1 B_2 \left(s_2 - s_1\right)^2\right] .$$